



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 1 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

Směšovače, analýza intermodulačního zkreslení

Josef Dobeš

13. listopadu 2013



1. Intermodulační (a harmonická) analýza

Pro návrh vysokofrekvenčních funkčních bloků (zejména pro návrh směšovačů) je velmi užitečným algoritmem tzv. kvazilineární analýza založená na Volterrových řadách. Pro jednoduchost zde předpokládejme, že se systém skládá pouze ze dvou algebraicko-diferenciálních rovnic

$$f_1(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, t) = 0, \quad f_2(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, t) = 0.$$

Intermodulační (a . . .

Ilustrativní . . .

Čtyřkvadrantová . . .

Domovská stránka



Strana 2 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



1. Intermodulační (a harmonická) analýza

Pro návrh vysokofrekvenčních funkčních bloků (zejména pro návrh směšovačů) je velmi užitečným algoritmem tzv. kvazilineární analýza založená na Volterrových řadách. Pro jednoduchost zde předpokládejme, že se systém skládá pouze ze dvou algebraicko-diferenciálních rovnic

$$f_1(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, t) = 0, \quad f_2(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, t) = 0.$$

Taylorův rozvoj funkcí f_1 and f_2 (se zahrnutím členů druhého řádu) v linearizačním středu $^{(0)}$ (pracovním bod) je následující:

$$\begin{aligned} f_{1,2}^{(0)} + \frac{\partial f_{1,2}}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_{1,2}}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial f_{1,2}}{\partial \dot{x}_1} \Delta \dot{x}_1 + \frac{\partial f_{1,2}}{\partial \dot{x}_2} \Delta \dot{x}_2 + \\ \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1 \partial x_2} \Delta x_1 \Delta x_2 + \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1 \partial \dot{x}_1} \Delta x_1 \Delta \dot{x}_1 + \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1 \partial \dot{x}_2} \Delta x_1 \Delta \dot{x}_2 + \\ \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_2 \partial \dot{x}_1} \Delta x_2 \Delta \dot{x}_1 + \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_2 \partial \dot{x}_2} \Delta x_2 \Delta \dot{x}_2 + \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial \dot{x}_1 \partial \dot{x}_2} \Delta \dot{x}_1 \Delta \dot{x}_2 + \\ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1^2} \Delta x_1^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_2^2} \Delta x_2^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial \dot{x}_1^2} \Delta \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial \dot{x}_2^2} \Delta \dot{x}_2^2 \end{aligned}$$

Intermodulační (a . . .

Ilustrativní . . .

Čtyřkvadrantová . . .

Domovská stránka



Strana 2 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Před spuštěním lineární a kvazilineární analýzy je ovšem nutné určit pracovní bod vyřešením statické verze **systemu**

$$f_1(x_{1_0}, x_{2_0}, 0, 0, 0) = 0, \quad f_2(x_{1_0}, x_{2_0}, 0, 0, 0) = 0.$$

Intermodulační (a . . .

Ilustrativní . . .

Čtyřkvadrantová . . .

Domovská stránka



Strana 3 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Před spuštěním lineární a kvazilineární analýzy je ovšem nutné určit pracovní bod vyřešením statické verze **systemu**

$$f_1(x_{1_0}, x_{2_0}, 0, 0, 0) = 0, \quad f_2(x_{1_0}, x_{2_0}, 0, 0, 0) = 0.$$

Dalším krokem je standardní kmitočtová analýza, tj. řešení soustavy dvou rovnic

$$F_1(\omega) + \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial x_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial x_2} \Delta X_2 +$$

$$j\omega \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial \dot{x}_1} \Delta X_1 + j\omega \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial \dot{x}_2} \Delta X_2 = 0,$$

$$F_2(\omega) + \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial x_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial x_2} \Delta X_2 +$$

$$j\omega \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial \dot{x}_1} \Delta X_1 + j\omega \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial \dot{x}_2} \Delta X_2 = 0,$$

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 3 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Před spuštěním lineární a kvazilineární analýzy je ovšem nutné určit pracovní bod vyřešením statické verze **systemu**

$$f_1(x_{1_0}, x_{2_0}, 0, 0, 0) = 0, \quad f_2(x_{1_0}, x_{2_0}, 0, 0, 0) = 0.$$

Dalším krokem je standardní kmitočtová analýza, tj. řešení soustavy dvou rovnic

$$F_1(\omega) + \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial x_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial x_2} \Delta X_2 +$$

$$j\omega \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial \dot{x}_1} \Delta X_1 + j\omega \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial \dot{x}_2} \Delta X_2 = 0,$$

$$F_2(\omega) + \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial x_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial x_2} \Delta X_2 +$$

$$j\omega \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial \dot{x}_1} \Delta X_1 + j\omega \frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial \dot{x}_2} \Delta X_2 = 0,$$

které musí být provedeno pro kmitočty $\omega_1 = 2\pi f_1$ a $\omega_2 = 2\pi f_2$. Tímto způsobem získáme produkty prvního řádu $\Delta X_1(\omega_1)$, $\Delta X_1(\omega_2)$, $\Delta X_2(\omega_1)$ a $\Delta X_2(\omega_2)$. Výrazy $F_1(\omega)$ a $F_2(\omega)$ reprezentují nezávislé zdroje budící obvod.

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 3 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Intermodulační a harmonické produkty f_1 a f_2 jsou vytvářeny **nelinernitami** obvodu (které korespondují členům druhého řádu):

$$\frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_1} \Delta X'_1 + \frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_2} \Delta X'_2 + j\omega \frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial \dot{x}_1} \Delta X'_1 + j\omega \frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial \dot{x}_2} \Delta X'_2 +$$

Intermodulační (a . . .

ilustrativní . . .

čtyřkvadrantová . . .

Domovská stránka



Strana 4 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Intermodulační a harmonické produkty f_1 a f_2 jsou vytvářeny **nelinearitami** obvodu (které korespondují členům druhého řádu):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_1} \Delta X_1' + \frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_2} \Delta X_2' + j\omega \frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial \dot{x}_1} \Delta X_1' + j\omega \frac{\partial f_{1,2}^{(0)}}{\partial \dot{x}_2} \Delta X_2' + \\ & \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_1 \partial x_2} \Delta X_1 \Delta X_2 + j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_1 \partial \dot{x}_1} \Delta X_1^2 + \\ & j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_1 \partial \dot{x}_2} \Delta X_1 \Delta X_2 + j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_2 \partial \dot{x}_1} \Delta X_2 \Delta X_1 + \\ & j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_2 \partial \dot{x}_2} \Delta X_2^2 - \omega^2 \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial \dot{x}_1 \partial \dot{x}_2} \Delta X_1 \Delta X_2 + \\ & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_1^2} \Delta X_1^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial x_2^2} \Delta X_2^2 - \\ & \omega^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial \dot{x}_1^2} \Delta X_1^2 - \omega^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}^{(0)}}{\partial \dot{x}_2^2} \Delta X_2^2 = 0. \end{aligned}$$

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 4 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Intermodulační a harmonické produkty f_1 a f_2 jsou vytvářeny **nelinearitami** obvodu (které korespondují členům druhého řádu):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_{1,2}}{\partial x_1}^{(0)} \Delta X'_1 + \frac{\partial f_{1,2}}{\partial x_2}^{(0)} \Delta X'_2 + j\omega \frac{\partial f_{1,2}}{\partial \dot{x}_1}^{(0)} \Delta X'_1 + j\omega \frac{\partial f_{1,2}}{\partial \dot{x}_2}^{(0)} \Delta X'_2 + \\ & \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1 \partial x_2}^{(0)} \Delta X_1 \Delta X_2 + j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1 \partial \dot{x}_1}^{(0)} \Delta X_1^2 + \\ & j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1 \partial \dot{x}_2}^{(0)} \Delta X_1 \Delta X_2 + j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_2 \partial \dot{x}_1}^{(0)} \Delta X_2 \Delta X_1 + \\ & j\omega \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_2 \partial \dot{x}_2}^{(0)} \Delta X_2^2 - \omega^2 \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial \dot{x}_1 \partial \dot{x}_2}^{(0)} \Delta X_1 \Delta X_2 + \\ & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_1^2}^{(0)} \Delta X_1^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial x_2^2}^{(0)} \Delta X_2^2 - \\ & \omega^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial \dot{x}_1^2}^{(0)} \Delta X_1^2 - \omega^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial \dot{x}_2^2}^{(0)} \Delta X_2^2 = 0. \end{aligned}$$

Tento systém se postupně řeší pro kmitočty $\omega_1 + \omega_1$, $\omega_2 + \omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ a $\omega_1 - \omega_2$, což vytváří produkty $\Delta X'_1(\omega_1 + \omega_1)$, $\Delta X'_1(\omega_2 + \omega_2)$, $\Delta X'_1(\omega_1 + \omega_2)$, $\Delta X'_1(\omega_1 - \omega_2)$, $\Delta X'_2(\omega_1 + \omega_1)$, $\Delta X'_2(\omega_2 + \omega_2)$, $\Delta X'_2(\omega_1 + \omega_2)$ a $\Delta X'_2(\omega_1 - \omega_2)$.

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 4 z 17

Zpět

Celá obrazovka

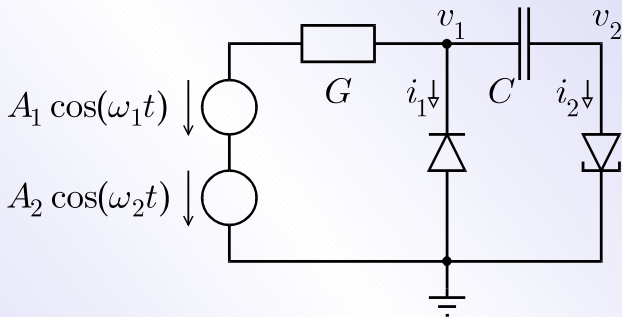
Zavřít

Konec



2. Ilustrativní analyticky řešený příklad

Vzhledem k složitosti soustavy rovnic výše uvedeného postupu je účelné předvést všechny tři kroky algoritmu analýzou následujícího obvodu



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 5 z 17

Zpět

Celá obrazovka

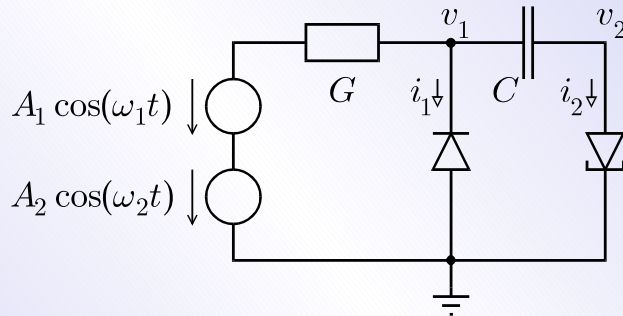
Zavřít

Konec



2. Ilustrativní analyticky řešený příklad

Vzhledem k složitosti soustavy rovnic výše uvedeného postupu je účelné předvést všechny tři kroky algoritmu analýzou následujícího obvodu



Oba zdroje budících signálů mají amplitudy 0,1 V. Kmitočet prvního zdroje je 1 GHz, kmitočet druhého zdroje je 0,25 GHz, vodivost G je 0,1 S a kapacita C je 10 pF. Normální dioda zůstává vzhledem k malým amplitudám obou budících zdrojů staticky uzavřena – proud i_1 je tedy určen pouze bariérovou kapacitou diody

$$i_1 = C_{J0} (1 - m v_1) \dot{v}_1,$$

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 5 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 6 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

přičemž výraz $C_{J0} (1 - m v_1)$ lze považovat za jednoduchou lineární aproximaci klasického vztahu pro bariérovou kapacitu při $\phi_0 = 1$ V Maclaurinovým rozvojem. Bariérová kapacita při nulovém předpětí je 10 pF a hodnota exponentu m se bude měnit od nuly (což znamená, že dioda je nahrazena lineárním kapacitorem) přes $0,3$ (což odpovídá diodě s lineárním přechodem) až do $0,5$ (což odpovídá diodě se strmým přechodem).



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 6 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

přičemž výraz $C_{J0} (1 - m v_1)$ lze považovat za jednoduchou lineární aproximaci klasického vztahu pro bariérovou kapacitu při $\phi_0 = 1$ V Maclaurinovým rozvojem. Bariérová kapacita při nulovém předpětí je 10 pF a hodnota exponentu m se bude měnit od nuly (což znamená, že dioda je nahrazena lineárním kapacitorem) přes $0,3$ (což odpovídá diodě s lineárním přechodem) až do $0,5$ (což odpovídá diodě se strmým přechodem).

Tunelovou diodu lze v této úloze aproximovat jen kvadratickým polynomem

$$i_2 = P_1 v_2 + P_2 v_2^2,$$

opět vzhledem k malým amplitudám obou budících zdrojů. Koeficienty polynomu jsou $P_1 = 0,2$ S a $P_2 = -1$ S/V. Proud kapacitní částí modelu tunelové diody lze v této úloze zanedbat.



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 6 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

přičemž výraz $C_{J0} (1 - m v_1)$ lze považovat za jednoduchou lineární aproximaci klasického vztahu pro bariérovou kapacitu při $\phi_0 = 1$ V Maclaurinovým rozvojem. Bariérová kapacita při nulovém předpětí je 10 pF a hodnota exponentu m se bude měnit od nuly (což znamená, že dioda je nahrazena lineárním kapacitorem) přes $0,3$ (což odpovídá diodě s lineárním přechodem) až do $0,5$ (což odpovídá diodě se strmým přechodem).

Tunelovou diodu lze v této úloze aproximovat jen kvadratickým polynomem

$$i_2 = P_1 v_2 + P_2 v_2^2,$$

opět vzhledem k malým amplitudám obou budících zdrojů. Koeficienty polynomu jsou $P_1 = 0,2$ S a $P_2 = -1$ S/V. Proud kapacitní částí modelu tunelové diody lze v této úloze zanedbat.

Prvním krokem algoritmu je určení statického pracovního bodu obvodu, co je zde snadné:

$$v_{1_0} = A_1 + A_2, \quad v_{2_0} = 0.$$



Druhým krokem algoritmu je standardní kmitočtová analýza obvodu, tj. řešení soustavy ($A(\omega)$ je rovno A_1 pro $\omega = \omega_1$ a A_2 pro $\omega = \omega_2$)

$$G[\Delta V_1 - A(\omega)] + j\omega C_{J0}[1 - m(A_1 + A_2)]\Delta V_1 + j\omega C(\Delta V_1 - \Delta V_2) = 0,$$

$$j\omega C(\Delta V_2 - \Delta V_1) + P_1\Delta V_2 = 0.$$

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 7 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Druhým krokem algoritmu je standardní kmitočtová analýza obvodu, tj. řešení soustavy ($A(\omega)$ je rovno A_1 pro $\omega = \omega_1$ a A_2 pro $\omega = \omega_2$)

$$G[\Delta V_1 - A(\omega)] + j\omega C_{J0}[1 - m(A_1 + A_2)]\Delta V_1 + j\omega C(\Delta V_1 - \Delta V_2) = 0,$$

$$j\omega C(\Delta V_2 - \Delta V_1) + P_1\Delta V_2 = 0.$$

Tuto soustavu dvou rovnic pro dvě neznámé $\Delta V_1(\omega)$ a $\Delta V_2(\omega)$ vyřešíme např. pomocí Cramerova pravidla:

$$\Delta V_1(\omega) =$$

$$\frac{(P_1 + j\omega C)GA(\omega)}{[G + j\omega[C_{J0}(1 - m(A_1 + A_2)) + C]](P_1 + j\omega C) + \omega^2 C^2},$$

$$\Delta V_2(\omega) =$$

$$\frac{j\omega CGA(\omega)}{[G + j\omega[C_{J0}(1 - m(A_1 + A_2)) + C]](P_1 + j\omega C) + \omega^2 C^2}.$$

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 7 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Třetím krokem algoritmu je řešení soustavy rovnic obsahujících i druhé derivace pro některý z harmonických nebo intermodulačních produktů. Zvolme například intermodulační produkt $\omega_1 + \omega_2$. Ze souboru druhých derivací funkce f_1 je nyní nenulová pouze derivace

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial v_1 \partial \dot{v}_1} = -mC_{J0},$$

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 8 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 8 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

Třetím krokem algoritmu je řešení soustavy rovnic obsahujících i druhé derivace pro některý z harmonických nebo intermodulačních produktů. Zvolme například intermodulační produkt $\omega_1 + \omega_2$. Ze souboru druhých derivací funkce f_1 je nyní nenulová pouze derivace

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial v_1 \partial \dot{v}_1} = -m C_{J0},$$

kteřá je v první rovnici soustavy násobena činitelem

$$j(\omega_1 + \omega_2) \Delta V_1^2,$$

přičemž ΔV_1 je superpozicí kmitočtových složek ω_1 a ω_2 , jde tedy o výraz ve tvaru

$$j(\omega_1 + \omega_2) (\Delta V_1(\omega_1) + \Delta V_1(\omega_2))^2.$$



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 8 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

Třetím krokem algoritmu je řešení soustavy rovnic obsahujících i druhé derivace pro některý z harmonických nebo intermodulačních produktů. Zvolme například intermodulační produkt $\omega_1 + \omega_2$. Ze souboru druhých derivací funkce f_1 je nyní nenulová pouze derivace

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial v_1 \partial \dot{v}_1} = -m C_{J0},$$

která je v první rovnici soustavy násobena činitelem

$$j(\omega_1 + \omega_2) \Delta V_1^2,$$

přičemž ΔV_1 je superpozicí kmitočtových složek ω_1 a ω_2 , jde tedy o výraz ve tvaru

$$j(\omega_1 + \omega_2) (\Delta V_1(\omega_1) + \Delta V_1(\omega_2))^2.$$

Zdrojem intermodulačního produktu $\omega_1 + \omega_2$ je pochopitelně pouze člen

$$j(\omega_1 + \omega_2) 2\Delta V_1(\omega_1) \Delta V_1(\omega_2),$$

avšak **nikoliv celý**.



Intermodulační (a . . .

Ilustrativní . . .

Čtyřkvadrantová . . .

Domovská stránka



Strana 8 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

Třetím krokem algoritmu je řešení soustavy rovnic obsahujících i druhé derivace pro některý z harmonických nebo intermodulačních produktů. Zvolme například intermodulační produkt $\omega_1 + \omega_2$. Ze souboru druhých derivací funkce f_1 je nyní nenulová pouze derivace

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial v_1 \partial \dot{v}_1} = -m C_{J0},$$

která je v první rovnici soustavy násobena činitelem

$$j(\omega_1 + \omega_2) \Delta V_1^2,$$

přičemž ΔV_1 je superpozicí kmitočtových složek ω_1 a ω_2 , jde tedy o výraz ve tvaru

$$j(\omega_1 + \omega_2) (\Delta V_1(\omega_1) + \Delta V_1(\omega_2))^2.$$

Zdrojem intermodulačního produktu $\omega_1 + \omega_2$ je pochopitelně pouze člen

$$j(\omega_1 + \omega_2) 2\Delta V_1(\omega_1) \Delta V_1(\omega_2),$$

avšak **nikoliv celý**. Časový obraz výrazu $2\Delta V_1(\omega_1) \Delta V_1(\omega_2)$ totiž nepochybně obsahuje činitel typu

$$\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2),$$



který lze však rovněž vyjádřit ve tvaru

$$\frac{1}{2}[\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2)],$$

z čehož plyne, že výraz $2\Delta V_1(\omega_1)\Delta V_1(\omega_2)$ poskytne intermodulační produkty $\omega_1 + \omega_2$ i $\omega_1 - \omega_2$; zdrojem intermodulačního produktu $\omega_1 + \omega_2$ je výraz

$$\Delta V_1(\omega_1)\Delta V_1(\omega_2)$$

a zdrojem intermodulačního produktu $\omega_1 - \omega_2$ je kvůli fázovému rozdílu $\varphi_1 - \varphi_2$ výraz

$$\Delta V_1(\omega_1)\Delta V_1^*(\omega_2).$$

Domovská stránka



Strana 9 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 9 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

který lze však rovněž vyjádřit ve tvaru

$$\frac{1}{2}[\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2)],$$

z čehož plyne, že výraz $2\Delta V_1(\omega_1)\Delta V_1(\omega_2)$ poskytne intermodulační produkty $\omega_1 + \omega_2$ i $\omega_1 - \omega_2$; zdrojem intermodulačního produktu $\omega_1 + \omega_2$ je výraz

$$\Delta V_1(\omega_1)\Delta V_1(\omega_2)$$

a zdrojem intermodulačního produktu $\omega_1 - \omega_2$ je kvůli fázovému rozdílu $\varphi_1 - \varphi_2$ výraz

$$\Delta V_1(\omega_1)\Delta V_1^*(\omega_2).$$

Analogicky postupujeme dále – ze souboru druhých derivací funkce f_2 je nenulová pouze derivace

$$\frac{\partial^2 f_2}{\partial v_2^2} = 2P_2,$$

v důsledku čehož lze soustavu lineárních komplexních rovnic pro intermodulační produkt $\omega_1 + \omega_2$ zapsat ve tvaru



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 10 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

$$\begin{aligned} G\Delta V_1' + j(\omega_1 + \omega_2) C_{J0} (1 - m(A_1 + A_2)) \Delta V_1' \\ + j(\omega_1 + \omega_2) C (\Delta V_1' - \Delta V_2') \\ - j(\omega_1 + \omega_2) mC_{J0} \Delta V_1 (\omega_1) \Delta V_1 (\omega_2) = 0, \\ j(\omega_1 + \omega_2) C (\Delta V_2' - \Delta V_1') + P_1 \Delta V_2' + P_2 \Delta V_2 (\omega_1) \Delta V_2 (\omega_2) = 0. \end{aligned}$$



Intermodulační (a ...

Ilustrativní ...

Čtyřkvadrantová ...

Domovská stránka



Strana 10 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec

$$\begin{aligned} G\Delta V_1' + j(\omega_1 + \omega_2) C_{J0} (1 - m(A_1 + A_2)) \Delta V_1' \\ + j(\omega_1 + \omega_2) C (\Delta V_1' - \Delta V_2') \\ - j(\omega_1 + \omega_2) mC_{J0} \Delta V_1(\omega_1) \Delta V_1(\omega_2) = 0, \end{aligned}$$

$$j(\omega_1 + \omega_2) C (\Delta V_2' - \Delta V_1') + P_1 \Delta V_2' + P_2 \Delta V_2(\omega_1) \Delta V_2(\omega_2) = 0.$$

Tuto soustavu rovnic lze opět vyřešit Cramerovým pravidlem. Pro $\Delta V_2'$ dostaneme

$$\Delta V_2' = \frac{1}{D} \left\{ -P_2 [G + j(\omega_1 + \omega_2) [C_{J0} (1 - m(A_1 + A_2)) + C]] \times \Delta V_2(\omega_1) \Delta V_2(\omega_2) - (\omega_1 + \omega_2)^2 C m C_{J0} \Delta V_1(\omega_1) \Delta V_1(\omega_2) \right\},$$

kde

$$\begin{aligned} D = \{ G + j(\omega_1 + \omega_2) [C_{J0} (1 - m(A_1 + A_2)) + C] \} \\ \times [P_1 + j(\omega_1 + \omega_2) C] + (\omega_1 + \omega_2)^2 C^2. \end{aligned}$$

Modul a argument intermodulačního produktu o kmitočtu $\omega_1 + \omega_2$ určeného všemi výše uvedenými kroky lze v tomto případě zkontrolovat



rychlou Fourierovou transformací (výsledný signál má totiž nepříliš dlouhou periodu 4 ns). Lze tedy extrapoláčním algoritmem vyhledat ustálenou periodickou odezvu obvodu a pak vypočítat jednotlivé složky spektra pomocí rychlé Fourierovy transformace.

Intermodulační (a . . .

Ilustrativní . . .

Čtyřkvadrantová . . .

Domovská stránka



Strana 11 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



rychlou Fourierovou transformací (výsledný signál má totiž nepříliš dlouhou periodu 4 ns). Lze tedy extrapolačním algoritmem vyhledat ustálenou periodickou odezvu obvodu a pak vypočítat jednotlivé složky spektra pomocí rychlé Fourierovy transformace.

Výsledky jsou následující:

m	$ \Delta V_2' $ (FFT)	$\arg(\Delta V_2')$ (FFT)	$ \Delta V_2' $ (Quasi)	$\arg(\Delta V_2')$ (Quasi)
0	0,63 mV	81°	0,59 mV	82°
$0,3$	0,75 mV	75°	0,85 mV	73°
0,5	0,81 mV	73°	1 mV	70°

Je zjevné, že čím je úloha „více nelineární“, tím méně přesné výsledky prostřednictvím kvazilineární analýzy získáváme.

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 11 z 17

Zpět

Celá obrazovka

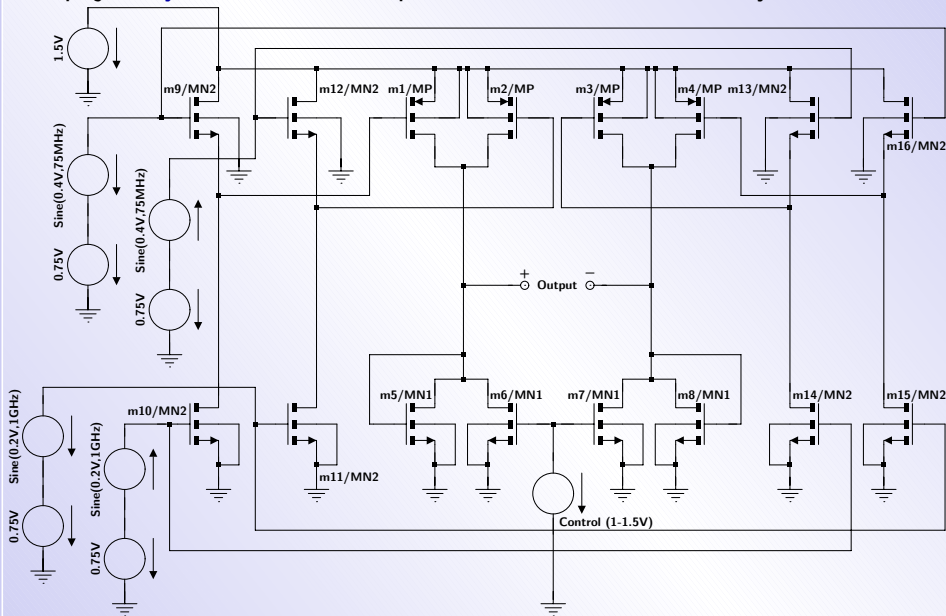
Zavřít

Konec



3. Čtyřkvadrantová mikrovlnná násobička

Zapojení **symetrické** nízkonapěťové mikrovlnné násobičky CMOS¹:



¹Salama, Soliman, "Low-voltage low-power CMOS RF four-quadrant multiplier," AEÜ—Int. Jour. of Electronics and Communications, 2003 (57), no. 1.

Intermodulační (a ...

Ilustrativní ...

Čtyřkvadrantová ...

Domovská stránka



Strana 12 z 17

Zpět

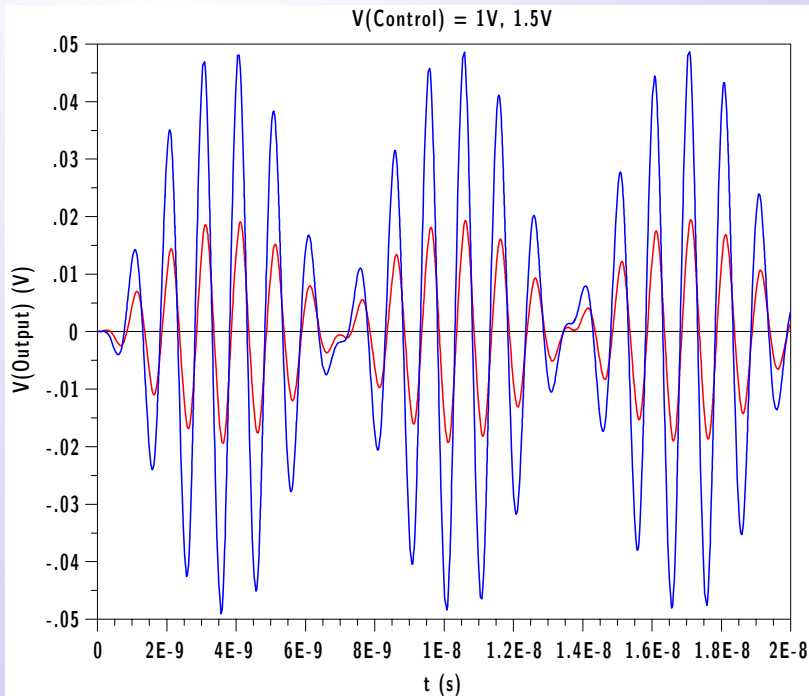
Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Závislost výstupního napětí ($V(\text{Output})$) na řídicím napětí ($V(\text{Control})$),
pro řídicí napětí byly použity hodnoty **1V** a **1.5V**:



Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 13 z 17

Zpět

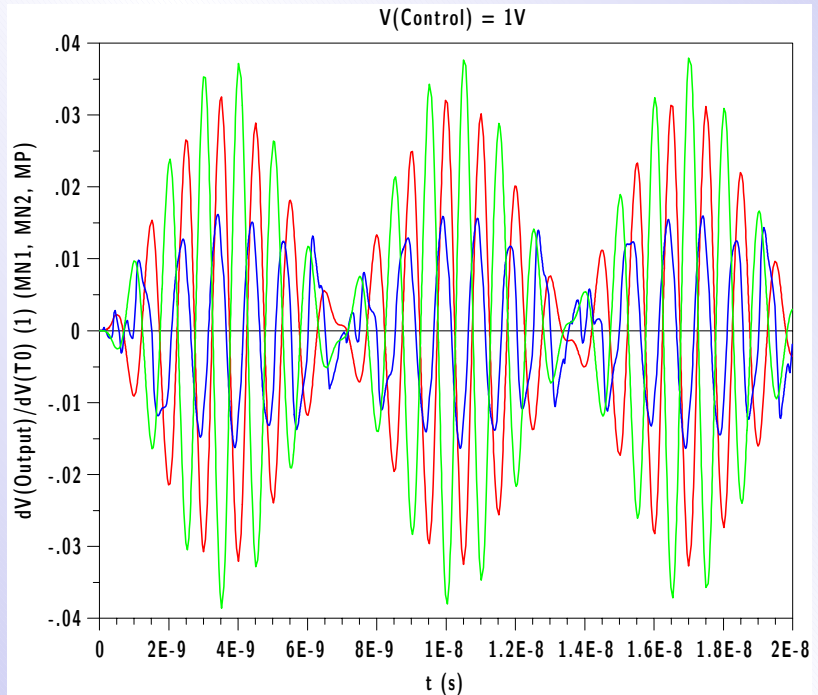
Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Citlivosti výstupního napětí ($V(\text{Output})$) na prahová napětí ($V(T0)$, (**MN1**) (**MN2**) a (**MP**)):



Intermodulační (a ...

Ilustrativní ...

Čtyřkvadrantová ...

Domovská stránka



Strana 14 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Mnohem rychleji (i když méně přesněji) lze odhad intermodulačních produktů získat kvazilineární analýzou. Intermodulační produkty $f_1 + f_2$ a $f_1 - f_2$ odhadnuté Volterrovými řadami jsou následující:

$ V_{\text{Output}} _{\text{max}}$	V_{Control}	$V_{\text{Output}, 1.075 \text{ GHz}}$	$V_{\text{Output}, 0.925 \text{ GHz}}$
19.3 mV	1 V	7.02 mV	7.57 mV
22.6 mV	1.1 V	7.59 mV	8.29 mV
26.4 mV	1.2 V	8.38 mV	9.27 mV
33.1 mV	1.3 V	9.47 mV	10.6 mV
41.9 mV	1.4 V	11 mV	12.5 mV
49 mV	1.5 V	13 mV	15 mV

Domovská stránka



Strana 15 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Mnohem rychleji (i když méně přesněji) lze odhad intermodulačních produktů získat kvazilineární analýzou. Intermodulační produkty $f_1 + f_2$ a $f_1 - f_2$ odhadnuté Volterrovými řadami jsou následující:

$ V_{\text{Output}} _{\text{max}}$	V_{Control}	$V_{\text{Output}, 1.075 \text{ GHz}}$	$V_{\text{Output}, 0.925 \text{ GHz}}$
19.3 mV	1 V	7.02 mV	7.57 mV
22.6 mV	1.1 V	7.59 mV	8.29 mV
26.4 mV	1.2 V	8.38 mV	9.27 mV
33.1 mV	1.3 V	9.47 mV	10.6 mV
41.9 mV	1.4 V	11 mV	12.5 mV
49 mV	1.5 V	13 mV	15 mV

Při srovnání s výsledky přesné časové analýzy je jasné, že odhad Volterrovou řadou je použitelný – uvažme totiž vztah pro 100 %-AM modulaci:

$$\begin{aligned} & [1 + \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t) \\ &= \cos(\omega_c t) + \frac{1}{2} \{ \cos[(\omega_c - \omega_m) t] + \cos[(\omega_c + \omega_m) t] \}, \end{aligned}$$

tedy produkty $f_1 + f_2$ a $f_1 - f_2$ určené časovou analýzou jsou přibližně $20 \text{ mV}/4 = 5 \text{ mV}$ a $50 \text{ mV}/4 = 12.5 \text{ mV}$ pro řídicí napětí 1 V a 1.5 V.

Intermodulační (a ...

Ilustrativní ...

Čtyřkvadrantová ...

Domovská stránka



Strana 15 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



Nejpřesnější výsledky lze získat spektrální analýzou výstupních průběhů rychlou Fourierovou transformací s výsledkem pro $f_1 + f_2$, $f_1 - f_2$:

V_{Control}	$V_{\text{Output},1.075 \text{ GHz}}$	$V_{\text{Output},0.925 \text{ GHz}}$
1 V	8.97 mV	10.1 mV
1.1 V	10.2 mV	11.5 mV
1.2 V	11.9 mV	13.6 mV
1.3 V	14.5 mV	16.8 mV
1.4 V	18.3 mV	21.2 mV
1.5 V	22 mV	25.7 mV

Pomocí FFT lze velmi přesně určit i produkty vyšších řádů, např. $f_1 + 3f_2$, $f_1 - 3f_2$:

V_{Control}	$V_{\text{Output},1.225 \text{ GHz}}$	$V_{\text{Output},0.775 \text{ GHz}}$
1 V	0.333 mV	0.377 mV
1.1 V	0.371 mV	0.485 mV
1.2 V	0.501 mV	0.712 mV
1.3 V	0.817 mV	1.18 mV
1.4 V	1.28 mV	1.85 mV
1.5 V	1.22 mV	1.67 mV

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 16 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec



O něco méně význačné produkty jsou $3f_1 + f_2$ a $3f_1 - f_2$ (produkty 2. řádu $f_1 + 2f_2$, $f_1 - 2f_2$, $2f_1 + f_2$ a $2f_1 - f_2$ jsou zanedbatelné):

V_{Control}	$V_{\text{Output}, 3.075 \text{ GHz}}$	$V_{\text{Output}, 2.925 \text{ GHz}}$
1 V	0.217 mV	0.228 mV
1.1 V	0.218 mV	0.229 mV
1.2 V	0.22 mV	0.232 mV
1.3 V	0.227 mV	0.239 mV
1.4 V	0.238 mV	0.252 mV
1.5 V	0.273 mV	0.29 mV

FFT dokonce umožňuje výpočet produktů velmi vysokého řádu, např. $f_1 + 5f_2$ a $f_1 - 5f_2$:

V_{Control}	$V_{\text{Output}, 1.375 \text{ GHz}}$	$V_{\text{Output}, 0.625 \text{ GHz}}$
1 V	49.7 μV	29.9 μV
1.1 V	59.6 μV	43.8 μV
1.2 V	79 μV	72.3 μV
1.3 V	125 μV	145 μV
1.4 V	75.9 μV	120 μV
1.5 V	387 μV	773 μV

Intermodulační (a...)

Ilustrativní...

Čtyřkvadrantová...

Domovská stránka



Strana 17 z 17

Zpět

Celá obrazovka

Zavřít

Konec